Soluciones Sección D – Examen Final 2017 – Primer Nivel

D1) $m = -1{,}46 \qquad M = 1{,}42$

a) $m - M = -2{,}88$

b) $-2{,}88 = -5 + 5\log(r) \quad \rightarrow \quad r = 2{,}65\ pc = 8{,}66\ a.l.$

D2) $D_{SOL} = 2R_{SOL} = 1{,}39 \times 10^6\ km \qquad T_E = 5780\ K$

$$\text{Luminosidad} \quad L = 4\pi R_{SOL}{}^2 \sigma\, T_E{}^4 \quad \text{donde} \quad \sigma = 5{,}670373 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

$$L = 3{,}84 \times 10^{26} W$$

D3)

a) configuración Newtoniana

b) $f_{OB} = 20cm - 7{,}5cm + 100cm = 112{,}5cm$

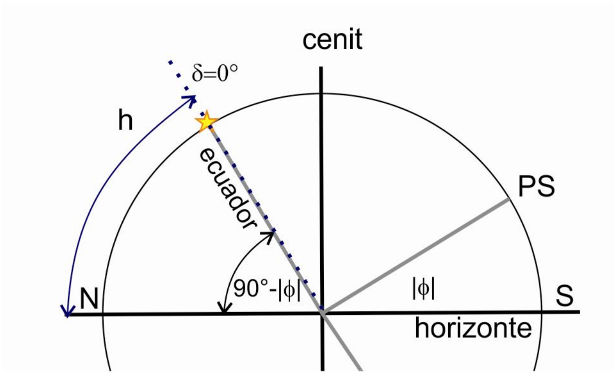
c) $A = \dfrac{f_{OB}}{f_{OC}} = \dfrac{1125mm}{25mm} = 45$

D4) a) En esta fecha identificamos el equinoccio de primavera para el hemisferio sur, por lo que las coordenadas ecuatoriales absolutas del Sol son

$$\alpha = 12^h \quad ; \quad \delta = 0°$$

b) Del gráfico obtenemos la altura máxima solar (culminación superior) $h = 67{,}5°$

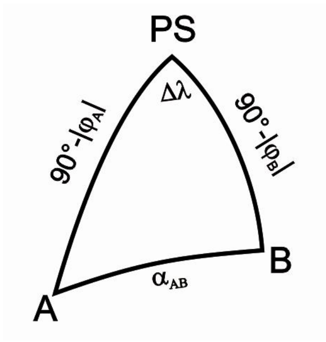
Dado que el Sol se encuentra en el ecuador celeste tendremos $h = 90° - |\phi| \quad \rightarrow \quad \phi = 22{,}5° S = -22{,}5°$



Soluciones Sección D – Examen Final 2017 – Segundo Nivel

D1) $d_{AB} = 1000\ \text{km} \qquad \varphi_A = -15° \qquad \varphi_B = -22° \qquad R_T = 6370\ \text{km}$

a) teniendo en cuenta que $2\pi R_T ----360°$ se determina el valor angular del arco que separa las ciudades $\alpha_{AB} = 8{,}99°$.



Aplicando el teorema del coseno de la trigonometría esférica al triángulo mostrado se tiene:

$$\cos(\alpha_{AB}) = \cos(90° - |\varphi_A|)\cos(90° - |\varphi_B|) + sen(90° - |\varphi_A|)sen(90° - |\varphi_B|)\cos(\Delta\lambda)$$

$$\Delta\lambda = 5{,}9535° = 0{,}3969^h = 23^m 48{,}9^s$$

b) la diferencia de tiempo sidéreo entre las dos ciudades es igual a la diferencia de longitudes geográficas

$$\Delta TS = \Delta\lambda = 23^m 48{,}9^s$$

D2) $D_{SOL} = 2R_{SOL} = 1{,}39 \times 10^6\ km$ $\quad T_E = 5780\ K$ $\quad d_{TS} = 149 \times 10^6\ km$ $\quad R_T = 6370$ km

Teniendo en cuenta la luminosidad solar y que la tierra presenta una sección eficaz $\pi R_T{}^2$ tendremos que la potencia total que absorberá la Tierra será:

$$Pot = 4\pi R_{SOL}{}^2 \sigma\, T_E{}^4 \times \frac{\pi R_T{}^2}{4\pi d_{TS}{}^2}$$

Con las hipótesis del problema, esta será irradiada al espacio como

$$Pot = 4\pi R_T{}^2 \sigma\, T_T{}^4$$

Se pueden hacer las cuentas o buscar relaciones entre los parámetros, así resulta:

$$\sqrt{\frac{R_{SOL}}{2d_{TS}}}\, T_E = T_T = 279{,}2\ K$$

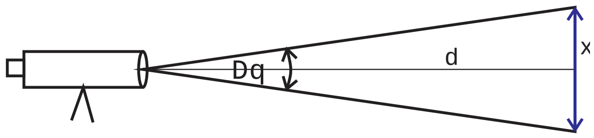
D3)

a) configuración Newtoniana

b) $f_{OB} = 20cm - 7{,}5cm + 100cm = 112{,}5cm$ $\qquad A = \dfrac{f_{OB}}{f_{OC}} = \dfrac{1125mm}{25mm} = 45$

c) $\lambda = 550nm$ $\quad D$=15cm $\quad d$=10 km

$$\Delta\theta \approx 1{,}22\frac{\lambda}{D} \quad \rightarrow \quad \tan\left(\frac{\Delta\theta}{2}\right) = \frac{x}{2d}$$



$$\Delta\theta \approx 4{,}47 \times 10^{-6}\, rad = 2{,}563 \times 10^{-4}°$$

$$x = 4{,}4733 \times 10^{-5}\ \text{km} = 4{,}47\ \text{cm}$$

D4) $z = 4{,}73$ $\qquad \theta = 90°$

Reemplazando y despejando tenemos

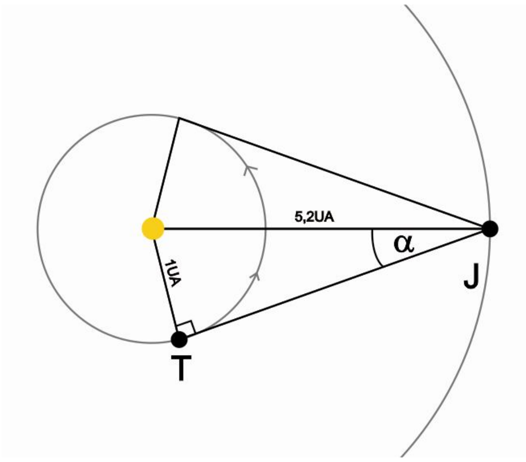
$$\frac{v}{c} = 0{,}984653 \quad \rightarrow \quad v = 295396\, {}^{km}\!/_{s}$$

Usando la ley de Hubble con una constante $H_0 = 75\dfrac{{}^{km}\!/_{s}}{Mpc}$ se obtiene una distancia de

$$r = 3938Mpc$$

D5) En este ejercicio se pretende que el estudiante intente aplicar algún método que permita estimar de alguna manera el desplazamiento angular retrógrado aparente que uno observa para el planeta Júpiter.

El problema es complejo pero una posible simplificación podría considerar que Júpiter se mantiene en una posición fija. Para este caso, desde la figura, deducimos que se observará el movimiento retrógrado mientras la Tierra se mueve desde la posición 1 a la posición 2. La amplitud angular corresponderá a $\theta = 2\alpha$



$$sen(\alpha) = \frac{1UA}{5{,}2UA} \quad \rightarrow \quad \alpha = 11{,}08° \quad \rightarrow \quad \theta = 2\alpha = 22{,}16°$$

NOTA: Cualquier otra solución que se haya justificado correctamente fue aceptada.
La complejidad del problema queda de manifiesto en las siguientes figuras que muestran la variación del ángulo que describe el vector "posición relativa de Júpiter desde la Tierra" para dos casos, el primero (figura de la izquierda) para el caso de que Júpiter se asume fijo. El segundo caso, asumiendo que el período de Júpiter es 11,8 años (figura de la derecha).
El último caso más acorde con la realidad muestra una amplitud de retrogradación de ~9,9° muy distinta al valor que se obtiene con la primera aproximación.