Soluciones Sección D – Examen Final 2019 – Primer Nivel

D1) $h = 5000\,\text{km}$ $R_T = 6400\,\text{km}$ $\rightarrow$ radio de la órbita $r = 11400\,\text{km}$

a) Ley de Kepler $\left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 r^3 = GM_T$ $\rightarrow$ $P = 12119{,}6s \approx 3{,}37h$

b) 1 semana = 7 días = 168 h= 604800 s

12119,6s ------- 1 órbita 604800s=49,9 órbitas

Se consideraron como respuestas correctas cualquiera de las siguientes:
I) 49 órbitas II) 50 órbitas

c) $V = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = 5910{,}1\,{}^{m}\!/_{s}$

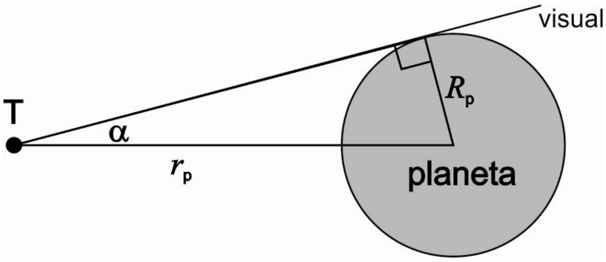
d) $V_{ESC} = \sqrt{\frac{2GM_T}{r}} = 8358{,}2\,{}^{m}\!/_{s}$

Se debe incrementar la velocidad en $\Delta V = V_{ESC} - V = 2448{,}1\,{}^{m}\!/_{s}$ así tenemos

$5910{,}1\,{}^{m}\!/_{s}$ --------100% ΔV ---------- 41,42%

Nota: El valor exacto será $(\sqrt{2}-1)\times 100\%$

D2) $sen(\alpha) = \frac{R_p}{r_p}$



Diámetro angular observado $\beta = 2\alpha$

a)
Para Júpiter

$$sen(\alpha) = \frac{R_J}{r_J} = \frac{71492}{5{,}54 \times 150000000} \rightarrow \alpha_J = 4{,}676 \times 10^{-3}\,{}^\circ \rightarrow \beta_J = 9{,}352 \times 10^{-3}\,{}^\circ$$

Para Venus

$$sen(\alpha) = \frac{R_V}{r_V} = \frac{6052}{1{,}59 \times 150000000} \rightarrow \alpha_V = 1{,}454 \times 10^{-3}\,{}^\circ \rightarrow \beta_V = 2{,}908 \times 10^{-3}\,{}^\circ$$

por lo tanto Júpiter se verá más grande.

b) $\beta_V = 10{,}47''$

D3) $m = -1{,}38$ A0 $\rightarrow M = 1{,}5$

a) módulo de distancia $d = m - M = -2{,}88$

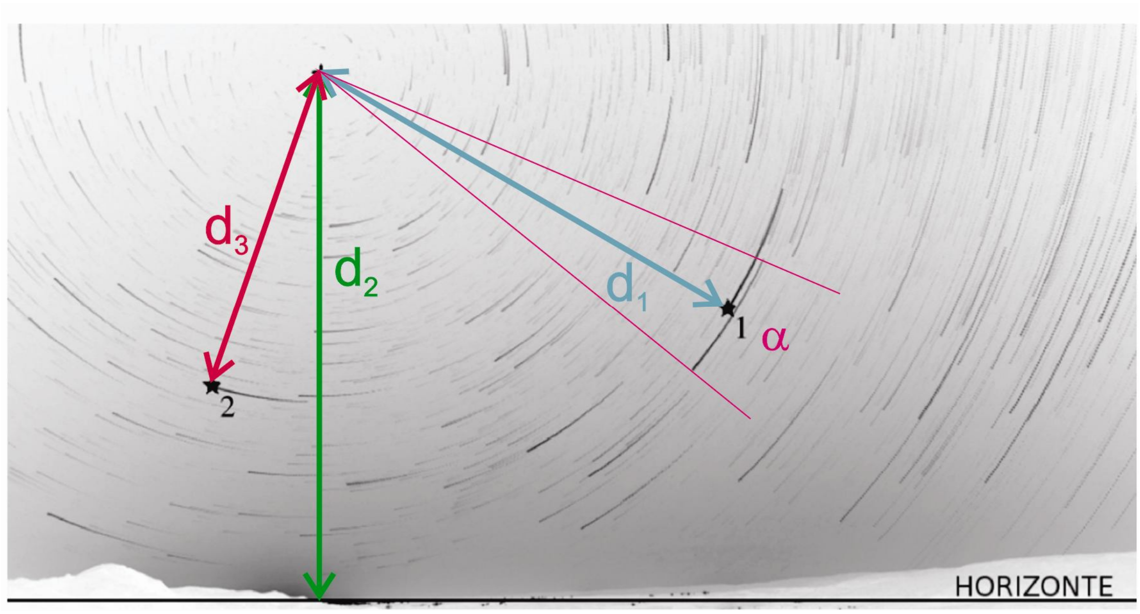
Para la otra estrella tendremos $-2{,}88 = 1{,}12 - M_2$ $\rightarrow$ $M_2 = 4$

Según la tabla dada, este valor de M corresponde a un TE **F6**.

b)

$$\begin{aligned} m_2 - M_2 &= -5 + 5\log(r) \\ -2{,}88 &= -5 + 5\log(r) \end{aligned} \quad \rightarrow \quad r = 2{,}65\,pc$$

D4) Despreciando la deformación de las distancias, para realizar una estima de los valores pedidos se miden directamente del gráfico las distancias y el ángulo indicado. Para este caso los valores resultan



$$d_1 \approx 7{,}4\,\text{cm} \qquad d_2 \approx 8{,}2\,\text{cm} \qquad d_3 \approx 5{,}2\,\text{cm} \qquad \alpha \approx 16°$$

a) d_2 expresada en grados es la altura del polo elevado que numéricamente se corresponde con el valor de la latitud del lugar.

$$\begin{aligned} &d_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 90° - |\delta_1| = 29°11' \\ &d_2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad x = 32°20' \end{aligned}$$

La latitud es $\phi = 32°20'S$

b) $$\begin{aligned} &d_1 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 90° - |\delta_1| = 29°11' \\ &d_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 90° - |\delta_2| \end{aligned} \qquad \delta_2 = -69°30'$$

c) $T = \dfrac{24\,hs}{360°}\alpha = 1{,}067\,hs$

d) H=12^h

Soluciones Sección D – Examen Final 2019 – Segundo Nivel

D1) $h = 85° \quad \rightarrow \quad z = 5°$

Para una distancia cenital observada menor a 30° la refracción se determina a partir de la fórmula

$$r = K \tan(z)$$

con K=58''. Así, llamando z_0 a la distancia cenital observada y z_C a la distancia cenital que observaríamos en ausencia de atmósfera tenemos:

$$z_C = z_0 + K \tan(z_0)$$

En nuestro caso, $z_C = 5° + 0{,}001409° = 5{,}001409°$

Para el nuevo observador, la distancia cenital sin corregir aumentará 7° $\rightarrow \quad z_{C2} = 12{,}001409°$.

Dado que, para encontrar el valor de $z_{02} = x$ deberíamos resolver una ecuación trascendente

$$z_{C2} = x + K \tan(x)$$

Usaremos la tabla dada en la ayuda para interpolar la solución.

z_0	z_C
11,95	11,9534098
x	12,001409
12	12,0034245

$$\frac{x - 11{,}95}{12 - 11{,}95} = \frac{12{,}001409 - 11{,}9534098}{12{,}0034245 - 11{,}9534098} \quad \rightarrow \quad x = z_{02} = 11{,}99798°.$$

D2)

$$\frac{L_A}{L_B} = 256 = \frac{4\pi R_A^{\,2} \sigma T_A^{\,4}}{4\pi R_B^{\,2} \sigma T_B^{\,4}} = \frac{R_A^{\,2} T_A^{\,4}}{R_B^{\,2} T_B^{\,4}}$$

a) $R_A = R_B \quad \rightarrow \quad \frac{T_A}{T_B} = 4$

b) $T_A = T_B \quad \rightarrow \quad \frac{R_A}{R_B} = 16$

c) Para estrellas en secuencia principal se aceptó como correcto cualquiera de las dos siguientes opciones:

I) $\frac{M_A}{M_B} \approx \frac{R_A}{R_B} = 4$ $\qquad$ II) $\left(\frac{M_A}{M_B}\right)^{0.9} \approx \frac{R_A}{R_B} \quad \rightarrow \quad \frac{M_A}{M_B} = 4{,}66$

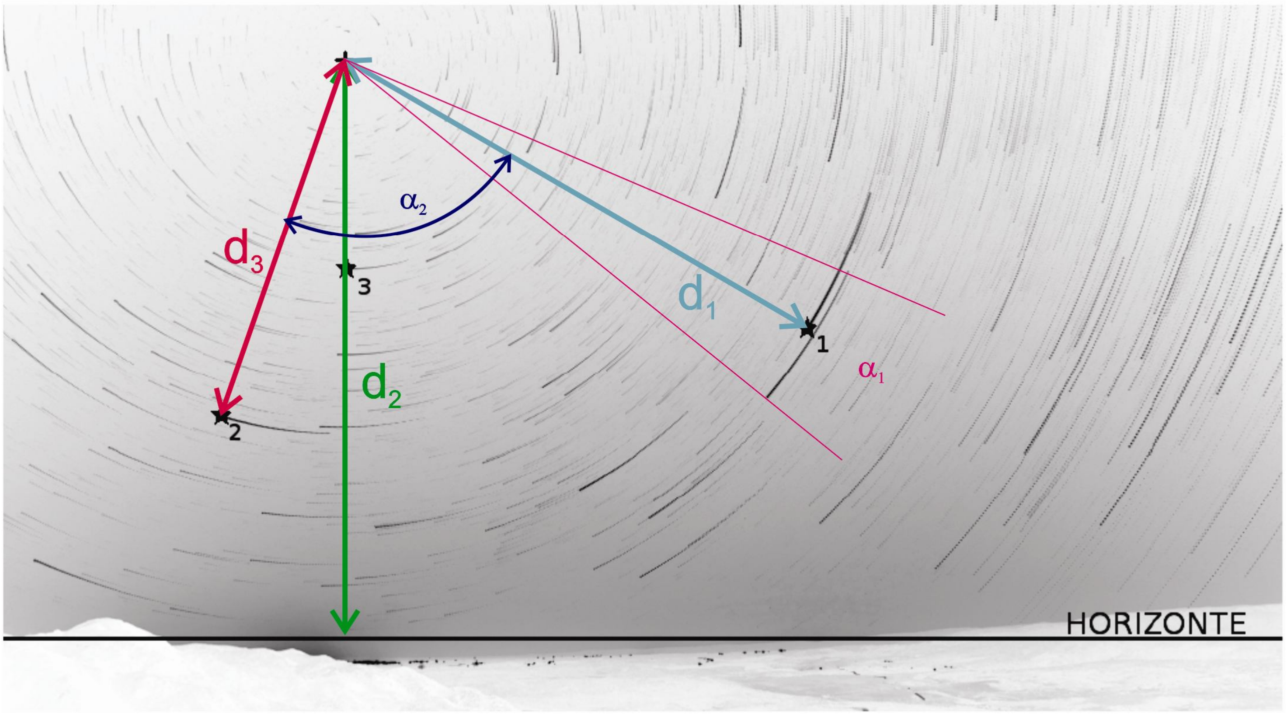
D3) $\eta_7 = 14{,}3584 \,{}^{\circ}\!/_{día} \qquad \eta_{15} = 14{,}2124 \,{}^{\circ}\!/_{día}$

Velocidad angular relativa $\omega = \eta_7 - \eta_{15} = 0{,}14596 \,{}^{\circ}\!/_{día}$

Período $P = \frac{360°}{\omega} = 2466{,}4$ días

1 revolución=25 días $\rightarrow$ P corresponde a 98,6 revoluciones aproximadamente

D4) Despreciando la deformación de las distancias, para realizar una estima de los valores pedidos se miden directamente del gráfico las distancias y el ángulo indicado. Para este caso los valores resultan



$d_1 \approx 7{,}6\,\text{cm}$ $\quad d_2 \approx 8{,}3\,\text{cm}$ $\quad d_3 \approx 5{,}4\,\text{cm}$ $\quad \alpha_1 \approx 16°$ $\quad \alpha_2 \approx 80°$

a) i) d_2 expresada en grados es la altura del polo elevado que numéricamente se corresponde con el valor de la latitud del lugar.

$$d_1 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 90° - |\delta_1| = 29°11'$$
$$d_2 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad x = 32°52'$$

La latitud es $\phi = 32°52'S$

ii) $d_1 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 90° - |\delta_1| = 29°11'$

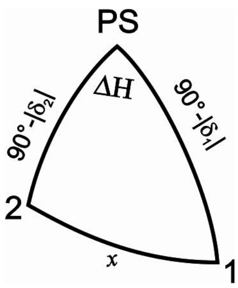
$d_3 \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 90° - |\delta_2|$ $\qquad \delta_2 = -69°16'$

iii) $T = \dfrac{24\,hs}{360°}\alpha_1 = 1{,}067\,hs$

iv) H=12^{h}

v) $\Delta H = \dfrac{24\,hs}{360°}\alpha_2 = 5{,}33\,hs \quad \rightarrow \quad t = 18\,hs + 5{,}33\,hs = 23\,hs\;\; 20\,\text{min}$

b)



$$\cos(x) = \cos(90° - |\delta_1|)\cos(90° - |\delta_2|) + sen(90° - |\delta_1|)sen(90° - |\delta_2|)\cos(\Delta H)$$

$$x = 32{,}15°$$

D5) $B_1 = 1{,}03\,\text{km}$ $\qquad B_2 = 36{,}4\,\text{km}$ $\qquad c = 300000\,{km}/{s}$

a)

$$f_1 = 1{,}5\,GHz \quad \rightarrow \quad \lambda_1 = \frac{c}{f_1} = 1{,}92307 \times 10^{-4}\,\text{km}$$

$$f_2 = 74\,MHz \quad \rightarrow \quad \lambda_2 = \frac{c}{f_2} = 4{,}054 \times 10^{-3}\,\text{km}$$

$$R_1 = \frac{\lambda_1}{B_2} = 5{,}5 \times 10^{-6}\,rad \approx 1{,}1'' \qquad R_2 = \frac{\lambda_2}{B_2} = 1{,}11 \times 10^{-4}\,rad \approx 23''$$

b)

$$R_1 = \frac{\lambda_1}{B_1} = 1{,}942 \times 10^{-4}\,rad \approx 40'' \qquad R_2 = \frac{\lambda_2}{B_1} = 3{,}935 \times 10^{-3}\,rad \approx 812''$$