

Soluciones Sección D – Examen de Final 2012 – Segundo Nivel

D1) a) Ley de Wien $T = \frac{C}{\lambda} = \frac{0,29cm K}{\lambda}$

Del gráfico obtenemos $\lambda_1 = 200nm$; $\lambda_2 = 400nm$

Y se obtiene $T_1 = 14500 K$; $T_2 = 7250 K$

b) Luminosidades $L_1 = 4\pi R_1^2 \sigma T_1^4$; $L_2 = 4\pi R_2^2 \sigma T_2^4$

el cociente de luminosidades es $\frac{L_1}{L_2} = \frac{R_1^2 T_1^4}{R_2^2 T_2^4}$

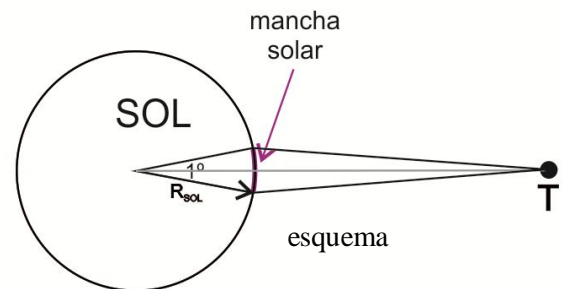
del enunciado se desprende que $D_2 = 2D_1 \rightarrow R_2 = 2R_1$

así se tiene $\frac{L_1}{L_2} = \frac{T_1^4}{4T_2^4} = 4$. La estrella "1" es 4 veces mas luminosa que la estrella "2".

D2)

El ángulo α con el que la mancha se observará desde la Tierra será (ver esquema)

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{R_{SOL} \text{sen}(0,5^\circ)}{d_{T-SOL} - R_{SOL}} \rightarrow \alpha = 4,655 \times 10^{-3}^\circ$$



La resolución angular del telescopio será

$$\Delta\theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{D} = 1,22 \times \frac{550 \times 10^{-9} m}{0,15m} = 4,473 \times 10^{-6} rad = 2,563 \times 10^{-4}^\circ$$

Con lo cual se podrán distinguir detalles interiores.

D3)

a) $\lambda_A = 63^\circ 47' O = 4^h 23^m 8^s O$; $\lambda_B = 108^\circ 54' E = 7^h 15^m 36^s E$

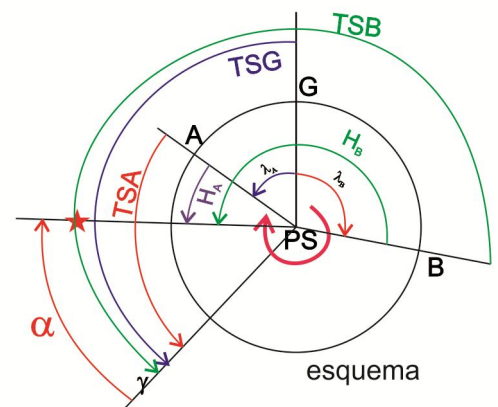
$TSA = TSG - |\lambda_A| = 8^h 51^m 52^s$

b) $\alpha = TSA - H = 7^h 11^m 52^s$

c) $H_B = |\lambda_A| + \lambda_B + H_A = 13^h 18^m 44^s$

$TSB = TSG + \lambda_B = 20^h 30^m 36^s$

$\alpha = 7^h 11^m 52^s$



$$\delta = -30^\circ$$

D4) a) En órbita circular la nave espacial tendrá una velocidad $V_A = \sqrt{\frac{GM}{R}}$.

Luego del impulso la nave seguirá una trayectoria elíptica con un semieje mayor $a = 2R$.

Teniendo en cuenta la relación que se obtiene para el movimiento elíptico $\frac{1}{2}V^2 - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{2a}$

Cuando la aplicamos al punto A tenemos que la velocidad V_{A2} después del primer impulso será:

$$\frac{1}{2}V_{A2}^2 - \frac{GM}{R} = -\frac{GM}{4R} \rightarrow V_{A2} = \sqrt{\frac{3GM}{4R}} \text{ así el primer cambio de velocidad será:}$$

$$\Delta V_A = V_{A2} - V_A = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - 1\right) \sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

b)

$$\text{Aplicando la ley de Kepler } \left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 a^3 = GM \rightarrow P = \frac{4\sqrt{2}\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$$

$$\text{La transferencia desde A hasta B será la mitad del período } \rightarrow t = \frac{P}{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$$

c) Aplicando lo mismo que en el punto a) obtenemos la velocidad con la que la nave llega a B:

$$\frac{1}{2}V_B^2 - \frac{GM}{3R} = -\frac{GM}{4R} \rightarrow V_B = \sqrt{\frac{GM}{6R}}.$$

Desde ese punto, la velocidad de escape será $V_{ESC} = \sqrt{\frac{2GM}{3R}}$, así el cambio de velocidad que deberá sufrir

$$\text{la nave en B para poder escapar será } \Delta V_B = V_{ESC} - V_B = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{6}}\right) \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

$$\text{D5) para un planeta exterior se tiene } \frac{1}{P_{SIN}} = \frac{1}{P_{TIERRA}} - \frac{1}{P_{SID}}$$

$$\text{Con la condición } P_{SIN} = 10P_{SID} \rightarrow P_{SID} = \frac{11}{10}P_{TIERRA}$$

$$\text{Aplicando la ley Kepler aproximada tenemos } \left(\frac{P_{SIN}}{P_{TIERRA}}\right)^2 \approx \left(\frac{x}{1UA}\right)^3 \rightarrow x = 1,065UA$$

$$\text{D6) } F = \frac{L_{SOL}}{4\pi d_{T-S}^2} = \frac{\sigma R^2 T^4}{d_{T-S}^2} = 1113,8 \text{ W/m}^2$$