Soluciones Sección D – Examen de Final 2012 – Segundo Ninel

D1) a) Ley de Wien $T = \dfrac{C}{\lambda} = \dfrac{0{,}29cm\,\mathrm{K}}{\lambda}$

Del gráfico obtenemos $\lambda_1 = 200nm$; $\lambda_2 = 400nm$

Y se obtiene $T_1 = 14500\,\mathrm{K}$; $T_2 = 7250\,\mathrm{K}$

b) Luminosidades $L_1 = 4\pi R_1{}^2 \sigma T_1{}^4$; $L_2 = 4\pi R_2{}^2 \sigma T_2{}^4$

el cociente de luminosidades es $\dfrac{L_1}{L_2} = \dfrac{R_1{}^2 T_1{}^4}{R_2{}^2 T_2{}^4}$

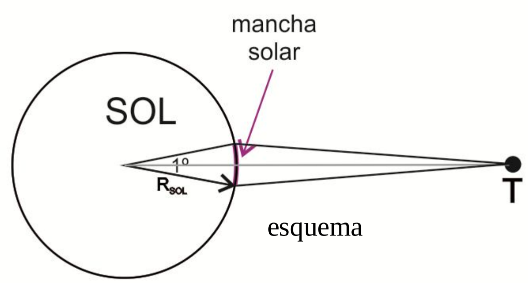
del enunciado se desprende que $D_2 = 2D_1 \quad \rightarrow \quad R_2 = 2R_1$

así se tiene $\dfrac{L_1}{L_2} = \dfrac{T_1{}^4}{4T_2{}^4} = 4$. La estrella "1" es 4 veces mas luminosa que la estrella "2".

D2)

El ángulo α con el que la mancha se observará desde la Tierra será (ver esquema)

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{R_{SOL}\, sen(0{,}5^{\circ})}{d_{T-SOL} - R_{SOL}} \rightarrow \quad \alpha = 4{,}655\times10^{-3\,\circ}$$



La resolución angular del telescopio será

$$\Delta\theta \approx 1{,}22\frac{\lambda}{D} = 1{,}22\times\frac{550\times10^{-9}m}{0{,}15m} = 4{,}473\times10^{-6}\,rad = 2{,}563\times10^{-4\,\circ}$$

Con lo cual se podrán distinguir detalles interiores.

D3)

a) $\lambda_A = 63^{\circ}47'O = 4^h23^m8^s\,O$; $\lambda_B = 108^{\circ}54'E = 7^h15^m36^s\,E$

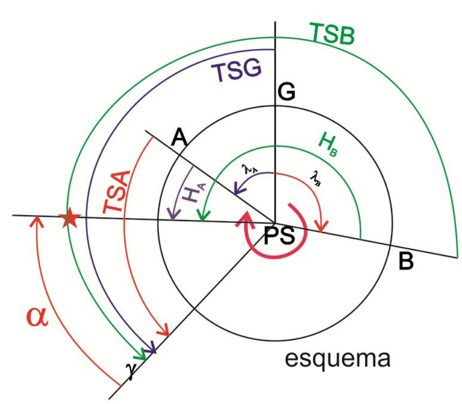
$TSA = TSG - |\lambda_A| = 8^h51^m52^s$

b) $\alpha = TSA - H = 7^h11^m52^s$

c) $H_B = |\lambda_A| + \lambda_B + H_A = 13^h18^m44^s$

$TSB = TSG + \lambda_B = 20^h30^m36^s$

$\alpha = 7^h11^m52^s$



$\delta = -30^{\circ}$

D4) a) En órbita circular la nave espacial tendrá una velocidad $V_A = \sqrt{\frac{GM}{R}}$.

Luego del impulso la nave seguirá una trayectoria elíptica con un semieje mayor $a = 2R$.

Teniendo en cuanta la relación que se obtiene para el movimiento elíptico $\frac{1}{2}V^2 - \frac{GM}{r} = -\frac{GM}{2a}$

Cuando la aplicamos al punto A tenemos que la velocidad V_{A2} después del primer impulso será:

$\frac{1}{2}{V_{A2}}^2 - \frac{GM}{R} = -\frac{GM}{4R} \rightarrow V_{A2} = \sqrt{\frac{3GM}{2R}}$ así el primer cambio de velocidad será:

$$\Delta V_A = V_{A2} - V_A = \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - 1\right)\sqrt{\frac{GM}{R}}.$$

b)

Aplicando la ley de Kepler $\left(\frac{2\pi}{P}\right)^2 a^3 = GM \quad \rightarrow \quad P = \frac{4\sqrt{2}\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$

La transferencia desde A hasta B será la mitad del período $\quad \rightarrow \quad$ $t = \frac{P}{2} = \frac{2\sqrt{2}\pi R^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{GM}}$

c) Aplicando lo mismo que en el punto a) obtenemos la velocidad con la que la nave llega a B:

$$\frac{1}{2}{V_B}^2 - \frac{GM}{3R} = -\frac{GM}{4R} \rightarrow V_B = \sqrt{\frac{GM}{6R}}.$$

Desde ese punto, la velocidad de escape será $V_{ESC} = \sqrt{\frac{2GM}{3R}}$, así el cambio de velocidad que deberá sufrir la nave en B para poder escapar será $\Delta V_B = V_{ESC} - V_B = \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{\frac{1}{6}}\right)\sqrt{\frac{GM}{R}}$

D5) para un planeta exterior se tiene $\frac{1}{P_{SIN}} = \frac{1}{P_{TIERRA}} - \frac{1}{P_{SID}}$

Con la condición $P_{SIN} = 10P_{SID} \rightarrow P_{SID} = \frac{11}{10}P_{TIERRA}$

Aplicando la ley Kepler aproximada tenemos $\left(\frac{P_{SIN}}{P_{TIERRA}}\right)^2 \approx \left(\frac{x}{1UA}\right)^3 \rightarrow x = 1{,}065UA$

D6) $F = \frac{L_{SOL}}{4\pi {d_{T-S}}^2} = \frac{\sigma R^2 T^4}{{d_{T-S}}^2} = 1113{,}8 \, W/m^2$